

ФУО:

1		2	3				4	Σ
a	b		a	b	c	d		

1 Докажите методом математической индукции.

а. $1 + q + \dots + q^n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$ для всех $n \in \mathbb{N}$, где $q \neq 0$ и $q \neq 1$

б. $9^n + 3$ делится на 4 для всех $n \in \mathbb{N}$.

2 Вычислить предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^{2023} - n^{2023} + 2023n^{2022}}{n^{2021}}$$

3 Вычислить пределы функций

а. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 + x - 2}$

б. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x + 1}{7x^3 + x^2 - 1}$

с. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 3x}{x^2}$

д. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 2} \right)^{x^2}$

4 Докажите, что последовательность имеет предел; найдите / укажите его.

$$a_n = \frac{n^2}{2^n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$