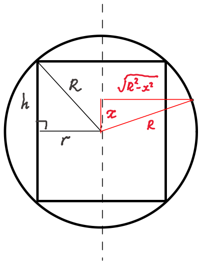
Обозначим через R — радиус сферы, а через r — радиус отверстия.

Очевидно, что $h^2 = R^2 - r^2$ (см рисунок)



Искомый объём (как объём тела вращения минус объём цилиндра)

$$V = \pi\int_{-h}^{h}\left(\sqrt{R^2-x^2}\right)^2dx - 2\pi h r^2 =$$

$$= \pi\left(\int_{-h}^{h}\left(R^2-x^2\right)dx - \int_{-h}^{h}r^2dx\right) =$$

$$= \pi\int_{-h}^{h}\left(R^2-r^2-x^2\right)dx = \pi\int_{-h}^{h}\left(h^2-x^2\right)dx = 2\pi\int_{0}^{h}\left(h^2-x^2\right)dx =$$

$$= 2\pi\left(h^2x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^h = 2\pi\left(h^3 - \frac{h^3}{3}\right) = \frac{4\pi h^3}{3}.$$