

# Вопросы к экзамену по математическому анализу

первый семестр

## МНОЖЕСТВО ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

**Определения** понятие функции, аксиоматика множества действительных чисел, точная верхняя грань, точная нижняя грань, предельная точка множества.

**Теоремы** принцип верхней и нижней грани, принцип Архимеда, лемма о вложенных отрезках, лемма о конечном покрытии, лемма о предельной точке.

## ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

**Определения** последовательность, ограниченная последовательность, неограниченная последовательность, бесконечно большая последовательность, предел последовательности, расходящаяся последовательность, фундаментальная последовательность, число  $\varepsilon$ .

**Теоремы** об ограниченности сходящейся последовательности, о предельном переходе в неравенствах, о двух милиционерах, об арифметических свойствах пределов, Коши о сходимости фундаментальной последовательности, Вейерштрасса о сходимости ограниченной монотонной последовательности.

**Задачи** вычисление предела последовательности, доказательство существования предела последовательности.

## ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

**Определения** предел функции в точке и на бесконечности (по Гейне и по Коши), бесконечно малые и бесконечно большие функции, эквивалентные функции, символы  $o$  и  $O$ , односторонние пределы, точные верхняя и нижняя грани функции, замечательные пределы.

**Теоремы** о простейших свойствах пределов функций, о пределе монотонной функции, о пределе сложной функции, критерий существования предела в терминах односторонних пределов.

**Задачи** вычисление пределов функций с помощью различных методов.

## НЕПРЕРЫВНОСТЬ

**Определения** непрерывность в точке, на множестве, равномерная непрерывность, точки разрыва, классификация точек разрыва.

**Теоремы** локальные свойства непрерывных функций, о непрерывности обратной функции, о непрерывности композиции функций, о непрерывности элементарных функций, Коши о промежуточном значении, Вейерштрасса, Кантора.

**Задачи** исследование функции на непрерывность и равномерную непрерывность.

#### ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ

**Определения** производная функции, дифференциал функции, дифференциальный треугольник, дифференцируемость функции в точке и на промежутке, производные высших порядков, касательная к графику функции.

**Теоремы** основные правила дифференцирования, о производной обратной функции, о производной композиции функций, о производной параметрически заданной функции.

**Задачи** вычисление производных, приближенное вычисление значения функции с помощью дифференциала, вычисление производных высших порядков, вычисление производных неявно заданной функции, об оптических свойствах кривых второго порядка.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ С ПОМОЩЬЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

**Определения** монотонность, локальные экстремумы, полином Тейлора, выпуклость функции, точка перегиба, наклонная асимптота.

**Теоремы** Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши о конечных приращениях, формула Тейлора, правило Лопиталья, необходимое условие локального экстремума, достаточные условия локального экстремума, критерий выпуклости функции.

**Задачи** на применение основных теорем дифференциального исчисления, разложение функций по формуле Тейлора, вычисление приближенного значения функции с помощью формулы Тейлора, вычисление производных высших порядков, вычисление пределов с помощью разложений Тейлора и правила Лопиталья, нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке, полное исследование функции и построение ее графика.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ С ПОМОЩЬЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

**Определения** неопределенный интеграл, первообразная функции, абелевы интегралы, рациональная кривая, сфера Римана.

**Теоремы** простейшие свойства неопределенных интегралов, об интегрировании рациональных функций, теорема Абеля.

**Задачи** нахождение неопределенных интегралов